COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 AOUT 1899,

PRÉSIDÉE PAR M. MICHEL LÉVY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — Sur une forme générale des équations de la Dynamique.

Note de M. P. Appell.

« Je demande à l'Académie la permission de revenir sur la forme nouvelle des équations de la Dynamique que j'ai exposée, sur un cas simple, dans la séance du 7 août dernier. L'avantage de cette forme est de permettre d'employer des paramètres qui ne sont pas de véritables coordonnées, mais qui sont liés aux coordonnées par des relations différentielles non intégrables.

» Imaginons un système de points matériels, assujetti à des liaisons telles que le déplacement virtuel le plus général, compatible avec les liaisons, soit défini comme il suit. Désignons par x, y, z les coordonnées absolues

(424)
d'un point quelconque du système : le déplacement virtuel de ce point a pour projections

$$\begin{cases} \delta x = a_1 \delta q_1 + a_2 \delta q_2 + \ldots + a_n \delta q_n, \\ \delta y = b_1 \delta q_1 + b_2 \delta q_2 + \ldots + b_n \delta q_n, \\ \delta z = c_1 \delta q_1 + c_2 \delta q_2 + \ldots + c_n \delta q_n, \end{cases}$$

où $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_n$ sont arbitraires : dans ces formules, les coefficients a_1 , a_2, \ldots, c_n peuvent dépendre du temps t, des paramètres q_1, q_2, \ldots, q_n et d'autres paramètres $q_{n+1}, q_{n+2}, \ldots, q_{n+p}$ dont les variations sont liées à celles de q_1, q_2, \ldots, q_n par des relations de la forme

(2)
$$\begin{cases} \delta q_{n+1} = \alpha_1 \, \delta q_1 + \alpha_2 \, \delta q_2 + \dots + \alpha_n \, \delta q_n, \\ \delta q_{n+2} = \beta_1 \, \delta q_1 + \beta_2 \, \delta q_2 + \dots + \beta_n \, \delta q_n, \\ \dots \\ \delta q_{n+p} = \lambda_1 \, \delta q_1 + \lambda_2 \, \delta q_2 + \dots + \lambda_n \, \delta q_n, \end{cases}$$

les coefficients $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \lambda_n$ dépendant également de t et de l'ensemble des paramètres $q_1, q_2, \ldots, q_n, q_{n+1}, \ldots, q_{n+p}$. Dans ces conditions, le déplacement réel du système pendant le temps dt est défini par des relations de la forme

(3)
$$\begin{cases} dx = a_1 dq_1 + a_2 dq_2 + \dots + a_n dq_n + a dt, \\ dy = b_1 dq_1 + b_2 dq_2 + \dots + b_n dq_n + b dt, \\ dz = c_1 dq_1 + c_2 dq_2 + \dots + c_n dq_n + c dt, \end{cases}$$

avec

où les coefficients $a, b, c, \alpha, \beta, ..., \lambda$ peuvent dépendre de $t, q_1, q_2, ..., q_{n+n}$. » On peut alors obtenir les équations du mouvement comme il suit Prenons, d'une part, la somme des travaux virtuels des forces appliquées et mettons-la sous la forme

$$\Sigma(X \delta x + Y \delta y + Z \delta z) = Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \ldots + Q_n \delta q_n.$$

Formons, d'autre part, la fonction

$$\dot{S} = \frac{1}{2} \Sigma m J^2$$

égale à la demi-somme des produits de la masse de chaque point par le carré de son accélération; cette fonction contient les paramètres q_i , q_2 , ..., q_{n+p} , leurs dérivées premières q'_1 , q'_2 , ..., q'_{n+p} et leurs dérivées deuxièmes q''_1 , q''_2 , ..., q'_{n+p} ; les relations (4) divisées par dt donnent q'_{n+1} , q_{n+2} , ..., q'_{n+p} en fonction linéaire de q'_1 , q'_2 , ..., q'_n , et, en les dérivant par rapport au temps, on obtient de même q''_{n+1} , q''_{n+2} , ..., q''_{n+p} en fonction linéaire de q''_1 , q''_2 , ..., q''_n ; on peut donc toujours faire en sorte que la fonction S ne contienne plus d'autres dérivées deuxièmes que q''_1 , q''_2 , ..., q''_n .

» Cela posé, les équations du mouvement sont

$$rac{\partial \mathbf{S}}{\partial q_1''} = \mathbf{Q}_1, \qquad rac{\partial \mathbf{S}}{\partial q_2''} = \mathbf{Q}_2, \qquad \dots, \qquad rac{\partial \mathbf{S}}{\partial q_n''} = \mathbf{Q}_n;$$

c'est ce qu'on démontre comme dans la Note précédente.

» Exemple. — Cette méthode s'applique aisément aux problèmes de roulement; je me bornerai à en donner aujourd'hui un exemple tout à fait élémentaire, en montrant comment elle permet de retrouver, d'une façon symétrique, les équations d'Euler pour le mouvement d'un solide autour d'un point fixe. Imaginons un solide mobile autour d'un point fixe O, et soient Ox, Oy, Oz trois axes rectangulaires entraînés par le corps et coıncidant avec les axes principaux d'inertie relatifs au point O. La position du corps est définie par les trois angles d'Euler θ , φ , ψ que font les axes Ox, γ , z avec des axes fixes; les composantes de la rotation instantanée p, q, r suivant les axes mobiles sont

$$\begin{split} p &= \frac{d\psi}{dt} \sin \theta \sin \varphi + \frac{d\theta}{dt} \cos \varphi, \\ q &= \frac{d\psi}{dt} \sin \theta \cos \varphi - \frac{d\theta}{dt} \sin \varphi, \\ r &= \frac{d\psi}{dt} \cos \theta + \frac{d\varphi}{dt}. \end{split}$$

» Pour obtenir un déplacement virtuel compatible avec les liaisons, il suffit de faire varier θ , φ , ψ de $\delta\theta$, $\delta\varphi$, $\delta\psi$. Introduisons alors trois paramètres λ , μ , ν dont les variations sont liées à celles de θ , φ , ψ par les relations

$$\delta \lambda = \sin \theta \sin \varphi \, \delta \psi + \cos \varphi \, \delta \theta,$$

$$\delta \mu = \sin \theta \cos \varphi \, \delta \psi - \sin \varphi \, \delta \theta,$$

$$\delta \nu = \cos \theta \, \delta \psi + \delta \varphi.$$

» On pourrait inversement résoudre ces équations par rapport à $\delta\theta$, $\delta\varphi$, $\delta\psi$ et regarder $\delta\lambda$, $\delta\mu$, $\delta\nu$ comme arbitraires. C'est ce que nous allons faire : alors λ , μ , ν joueront le rôle de q_1 , q_2 , ..., q_n et θ , φ , ψ celui de q_{n+1} , q_{n+2} , ..., q_{n+p} . Avec ce choix de paramètres, on a

$$p = rac{d\lambda}{dt} = \lambda', \qquad q = rac{d\mu}{dt} = \mu', \qquad r = rac{d\nu}{dt} = \nu',$$
 $p' = rac{dp}{dt} = \lambda'', \qquad q' = rac{dq}{dt} = \mu'', \qquad r' = rac{dr}{dt} = \nu''.$

» Si l'on imprime au système un déplacement virtuel compatible avec les liaisons, on a, pour la somme des travaux des forces appliquées,

$$\Sigma(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = L\delta\lambda + M\delta\mu + N\delta\nu,$$

où L, M, N sont les sommes des moments des forces par rapport aux axes Ox, Oy, Oz; cela tient à ce que $\delta\lambda$, $\delta\mu$, $\delta\nu$ sont les rotations élémentaires autour des trois axes.

» D'autre part, la vitesse V d'une molécule x, y, z a pour projections

$${
m V}_x=qz-ry,\ldots,$$
 at the state of the smaller

et son accélération

$$J_x = \frac{dV_x}{dt} + q V_z - r V_y, \dots,$$

d'où

$$J_x = zq' - yr' + q(py - qx) - r(rx - pz), \dots$$

» La fonction

$$S = \frac{1}{2} \Sigma m (J_x^2 + J_y^2 + J_z^2)$$

est alors donnée par la formule

$$2S = Ap'^{2} + Bq'^{2} + Cr'^{2} + 2(C - B)qrp' + 2(A - C)rpq' + 2(B - A)pqr' + \dots$$

où A, B, C sont les moments principaux d'inertie et où nous n'écrivons pas les termes ne contenant pas p', q', r'. Il faudrait maintenant remplacer p, q, r par leurs expressions en θ , φ , ψ , θ' , φ' , ψ' ou θ , φ , ψ , λ' , μ' , ν' et p', q'; r' par λ'' , μ'' , ν'' . Les équations du mouvement sont alors

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda''} = L, \quad \frac{\partial S}{\partial u''} = M, \quad \frac{\partial S}{\partial v''} = N,$$

ou encore, puisque $\lambda'' = p'$, $\mu'' = q'$, $\nu'' = r'$,

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial p'} = \mathbf{L}, \quad \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial q'} = \mathbf{M}, \quad \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial r'} = \mathbf{N}.$$

Ce sont les équations d'Euler.

» Les applications à d'autres problèmes du même genre se trouvent facilitées par ce fait que la fonction S est calculée, une fois pour toutes, pour un corps solide mobile autour d'un point fixe.

» Pour un corps solide libre et, en général, pour un système quelconque, le calcul de S se simplifie, si l'on remarque que l'on peut appliquer à cette fonction un théorème analogue à celui de Kœnig pour la force vive totale d'un système.

» Je me propose de développer prochainement cette méthode dans un Mémoire détaillé. »

MÉCANIQUE CHIMIQUE. — Sur la vitesse de détonation de l'acétylène; par MM. Berthelot et Le Chatelier.

- « Nous avons étudié la vitesse de propagation de la détonation de l'acétylène pur sous différentes pressions, et dans des conditions diverses : cette étude est intéressante, à la fois au point de vue de la théorie de la propagation des réactions physico-chimiques dans les gaz, et au point de vue des règles de l'emploi de ce gaz pour l'éclairage. Les expériences ont été exécutées au printemps 1898. Indiquons d'abord les procédés expérimentaux.
- » L'acétylène était contenu dans des tubes de verre horizontaux, longs de 1^m, d'un diamètre intérieur compris entre 2^{mm} et 6^{mm}, et d'une épaisseur comparable à ce diamètre. L'une des extrémités est close, l'autre rodée et ajustée à l'aide d'un joint en caoutchouc comprimé avec une pièce de fer, permettant l'introduction du gaz au sein du tube vidé à l'avance par un jeu de trompe. Le gaz était introduit sous diverses pressions, qui ont varié de 5^{kg} à 36^{kg} (ou atmosphères): le gaz contenait, d'après analyse, 98 pour 100 d'acétylène.
- » L'allumage se faisait électriquement dans la pièce de fer, à l'aide d'une amorce de fulminate, ou de poudre chloratée (sulfure d'antimoine et graphite), pesant en général de 1 à 4 centigrammes. Les amorces plus fortes

doivent être évitées, parce qu'elles sont susceptibles de donner lieu à des mouvements ondulatoires violents, attribuables à l'action impulsive de l'amorce et non à la détonation même, mouvements dont la vitesse est souvent beaucoup plus considérable que celle de la propagation de la détonation véritable.

» Dans un certain nombre d'expériences, afin d'éliminer l'influence de la période initiale de propagation, on a fait précéder le tube de verre d'un tube de fer long de 1^m, 50, à l'entrée duquel on déterminait l'allumage.

» L'enregistrement des phénomènes avait lieu par la méthode photographique, qui permet d'en suivre exactement toutes les phases, du moins

tant que les gaz enflammés demeurent lumineux.

- » Vis-à-vis du tube de verre horizontal, à une distance de 8^m environ, était disposé un appareil photographique. La plaque et sa lentille étaient fixées sur un cadre vertical à coulisses, le long duquel elle tombait, à l'instant même de l'allumage électrique de l'amorce. La vitesse de chute était de 8^m, 30 par seconde, enregistrée sur la plaque même. L'image de la flamme qui parcourt le tube s'enregistre ainsi sur la plaque, sous la forme d'une ligne plus ou moins courbe. L'inclinaison de la tangente (empirique) à cette courbe, en un point donné, permet de calculer la vitesse de propagation de l'explosion en ce point. Dans le cas d'une vitesse uniforme, on obtient une ligne droite, plus ou moins inclinée sur l'axe horizontal. Les clichés ont été agrandis, dans la proportion de 1 à 3, de telle sorte que l'échelle des temps était de 25^{mm} pour un millième de seconde.
- » Ce procédé enregistre non seulement la propagation de la flamme, mais aussi certains mouvements ondulatoires de retour, à partir de l'extrémité opposée à celle où a lieu l'inflammation : du moins toutes les fois que le tube n'est pas brisé et jusqu'à l'instant où les gaz refroidis cessent d'être lumineux.
- » Dans tous les cas où le tube est brisé au cours de l'explosion, sa fracture, ou plutôt sa pulvérisation, explosive se propage en sens inverse et revient à l'origine du tube de verre, le phénomène étant enregistré fidèlement ainsi que sa vitesse relative.
- » A ce moment, d'ailleurs, le carbone préalablement mis à nu dans le tube brûle au contact de l'air, en donnant lieu à des colonnes incandescentes qui partent du tube éclaté.
- » La combustion de ce carbone est beaucoup plus lumineuse que la détonation de l'acétylène, celle-ci fournissant bien moins de lumière que

la combustion d'un mélange gazeux qui ne dégage pas plus de chaleur : ce qui s'explique, si l'on observe que le carbone précipité, lors de la détonation de l'acétylène, arrête la lumière provenant des couches centrales. La couche refroidie au contact des parois du tube concourt seule à la lumière aperçue du dehors.

» Comme contre-épreuve, nous avons cru utile d'exécuter d'abord quelques essais avec des mélanges d'acétylène et d'oxygène, afin de vérifier les caractères de l'image produite par l'onde explosive. Cette onde, comme on le sait, ne s'établit régulièrement qu'à partir d'une certaine distance de l'origine de l'inflammation. Au delà on doit obtenir, et l'on obtient, en effet, comme nous l'avons vérifié, une droite régulière, c'està-dire une vitesse de propagation uniforme.

» Ce point une fois bien vérifié, nous avons étudié la détonation de l'acétylène pur sous différentes pressions. Dans tous les cas, nous avons observé une vitesse croissant au fur et à mesure de la propagation de la flamme. La rupture du tube survient en général avant que l'on ait obtenu une période de vitesse tout à fait uniforme. Toutefois, la progression des vitesses suit des marches bien différentes, même avec un gaz également comprimé et un mode d'inflammation en apparence semblable; cette diversité paraît dépendre de ce qui se passe au voisinage de la région initiale d'inflammation, c'est-à-dire de la mise en train de la détonation. Elle est comprise entre deux limites, que nous allons d'abord décrire.

» Dans le plus grand nombre des cas, la courbe prend presque aussitôt une marche asymptotique ou, plus exactement, sa tangente, au bout d'un trajet fort court, diffère peu de la valeur qu'elle a acquise vers la fin du trajet; en somme, celui-ci tend à être presque rectiligne. Ce sont évidemment les meilleures déterminations. Seulement, au point final, au moment de la rupture des tubes, la valeur de la tangente devient parfois beaucoup plus forte. Mais la valeur obtenue à ce moment ne peut plus être regardée comme régulière.

» En effet, la vitesse du gaz comprimé, qui s'échappe alors, sous la pression atmosphérique, du tube brisé, s'ajoute dans une certaine mesure à celle de la propagation de la flamme enregistrée; en même temps, la combustion immédiate de ce gaz au contact de l'air développe une lumière plus éclatante, qui masque en partie la fin du premier phénomène.

» Citons, par exemple, l'expérience (N):

» Diamètre intérieur du tube, 3mm; épaisseur, 3mm, 5; pression initiale

de l'acétylène dans ce tube, 24kg; détonation provoquée par une amorce de poudre chloratée pesant 0gr, 04. La vitesse de la lumière de détonation a varié assez rapidement pendant le premier cinquième du parcours. Au delà, entre ce point et le voisinage de la rupture, la vitesse a présenté une valeur moyenne de 1450m par seconde. Mais, dans les derniers centimètres qui précèdent immédiatement la rupture, la tangente à la courbe enregistrée semblait répondre à 2160m, la flamme extérieure résultant de l'échappement du gaz au lieu d'éclatement masquant en partie la lumière intérieure; il est clair que cette dernière valeur est incertaine.

» Dans des cas assez multiples les variations ont été beaucoup plus prononcées pendant tout le cours de la détonation. Ainsi dans l'expérience (II), exécutée dans un tube de diamètre intérieur égal à 4^{mm}, rempli d'acétylène sous une pression de 15^{kg}, la courbe s'élève d'abord presque verticament, puis un peu inclinée : de telle sorte qu'entre les longueurs o^m, 10 et o^m, 40 la vitesse moyenne est seulement de 64^m; elle croît rapidement. Entre o^m,80 et 1^m, la vitesse moyenne atteint 1320^m. Le tube a éclaté seulement après qu'il avait été entièrement parcouru par la flamme. Son éclatement s'est propagé en arrière avec une vitesse à peu près uniforme de 1200^m par seconde.

» Citons encore l'expérience suivante, exécutée avec un tube de diamètre égal à 4^{mm}, rempli d'acétylène sous une pression initiale de 21^{kg}. Pendant les trois premiers quarts du trajet, la vitesse moyenne estimée à 0^m, 25 de l'origine était 182^m. A 0^m, 50, elle a atteint 1693^m. Mais le tube a éclaté vers ce point. La détonation ne s'est pas propagée en avant dans le tube au delà de l'éclatement; tandis que l'explosion du tube s'est propagée en arrière avec une vitesse de 1500^m par seconde.

» L'expérience suivante (C) a donné une variation plus lente (20kg)

De 0,10	à	m 0,20.													587
0,20	à	0,50.		. ,											1021
0,50	à	0,65.				4									1518

- » Au delà l'image de la flamme est en partie masquée par l'éclatement du tube.
- » Voici la liste des expériences réalisées. On donnera seulement la valeur de la vitesse à peu près régulière de détonation dans la dernière région, à quelque distance du point de rupture :

blimoli Pression	d hallburg	vicence crossagie, sone dury mount folialte cer
- (Mulb Je initiale.	Vitesse.	Observations.
(L) 5 ^{kg}	1050 m	La variation de la courbe est lente.
1_1	1010	Courbe presque rectiligne.
(M)10	1100	Tracé à peu près régulier, presque rectiligne. L'allu- mage a eu lieu à l'extrémité d'un tube de fer de
		1 ^m , 50, précédant le tube de verre; le tube de fer a
		crevé à son raccord avec le verre.
(I) to	1080	copposite, leaguest artistanguent de l'uniternit
(K) 10	1030	Tracé peu régulier, sans variation trop rapide. Rup- ture à o ^m , 50 de l'origine.
(U) 10	1190	Tracé sensiblement rectiligne. Tube de fer de 1m, 50.
(G) 12	1280	Tracé irrégulier, sans variation trop rapide.
(H) 14	1210	Tracé à peu près rectiligne. Tube de fer de 1 ^m , 50.
(II) 15	1320	Variation de la courbe extrêmement rapide.
(A_5) 17	1230	
(T)18	1210	
(C) 20	1500	Tracé presque rectiligne.
(0) 21	1400	Tracé à peu près régulier.
(A) 21	1265	Variation de la courbe extrêmement rapide. Éclate-
		ment à o ^m , 50.
(1) 21	1693?	Même observation. Même éclatement.
(N) 24	1450	Tracé régulier et asymptotique.
(E) 24	1260	Variation de la courbe extrêmement rapide. Éclatement à o ^m ,50.
Vers 3o	1600 env.	na resonant don to some to make supposition

» Nous avons reproduit tous les résultats observés avec exactitude. Mais il semble que l'on doive en écarter ceux où la variation de la courbe a été très rapide et s'est prolongée jusque vers la fin; quoique, à ce moment, les écarts avec des courbes plus régulières ne soient pas extrêmement grands. En raison de ces variations et de la brièveté de l'espace parcouru, ce genre d'expériences ne comporte pas la même précision que les mesures faites sur la vitesse de l'onde explosive dans les mélanges de gaz combustibles et d'oxygène, par d'autres méthodes et dans des tubes quatre-vingts fois aussi longs.

» Quoi qu'il en soit, d'après le Tableau précédent, la propagation de la détonation de l'acétylène s'effectue avec une vitesse qui croît avec la pression, soit de 1000^m à 1600^m par seconde, lorsque la pression passe de 5^{kg} à 30^{kg}.

[»] La propagation de la détonation s'est toujours effectuée avec une C. R., 1899, 2° Semestre. (T. CXXIX, N° 9.)

vitesse croissante, sans être encore réduite cependant à cette uniformité observée dans les systèmes gazeux formés de corps combustibles et d'oxygène.

- » Sans doute, la longueur des tubes était trop petite pour assurer une semblable uniformité. Mais il y a aussi d'autres différences essentielles.
- » C'est ici le lieu d'insister sur les caractères fondamentaux de l'onde explosive, lesquels la distinguent de l'onde sonore et plus généralement des ondes provoquées au sein d'un fluide par une impulsion originelle unique et non renouvelée. La vitesse de ces dernières ondes est fonction de l'énergie de l'impulsion première : l'onde qui se propage possède une force vive limitée, définie par cette vitesse et la masse de la matière en mouvement comprise dans la longueur d'une onde. Cette force vive initiale de la masse fluide ne peut aller qu'en diminuant, par suite de la communication du mouvement aux corps environnants. Elle est, en général, trop petite pour élever par compression la température du fluide vibrant jusqu'au degré où il deviendrait lumineux.
- » L'onde explosive répond à des phénomènes tout différents. L'impulsion originelle détermine dans le fluide qui la subit une transformation chimique, développant une force vive incomparablement plus grande et qui croît continuellement à mesure que l'onde se propage, car le nombre des molécules qui en sont animées simultanément va sans cesse en augmentant. Une portion de la force vive emmagasinée par la matière comprise dans une longueur d'onde est employée à reproduire, sur la tranche de matière suivante, les conditions mécaniques et, spécialement, la compression qui provoquent la transformation chimique de cette tranche. Une autre portion de la force vive se manifeste sous forme de chaleur, qui rend lumineux les gaz résultant de la transformation. Par suite, l'énergie totale, évaluée à la fois sous forme de mouvements mécaniques et de chaleur, croît continuellement à mesure que l'onde se propage, et cela proportionnellement à la masse chimiquement transformée. Celle-ci conserve son éclat lumineux jusqu'au moment où la chaleur qu'elle renferme a été en partie dissipée, en se répartissant dans les corps environnants, par conductibilité, rayonnement, convection; dans le cas d'explosion, on doit ajouter : par détente subite des gaz comprimés.
- » En ce qui touche la détonation de l'acétylène, comparée à celle des mélanges combustibles, il convient d'expliquer comment les conditions

de répartition de la chaleur entre les produits, ainsi que les conditions de propagation de l'onde elle-même ne sont pas exactement comparables avec celles d'un mélange gazeux fournissant uniquement des produits gazeux. En effet, au sein d'un mélange gazeux homogène, l'onde explosive se produit dans un système dont toutes les molécules tendent à être animées d'une même force vive, incessamment régénérée par le fait même de la transformation chimique. Les réactions de compression et de dilatation; tant au point de vue calorifique qu'au point de vue dynamique, s'effectuent sur tous les corps mis en présence suivant les mêmes procédés, en raison de l'état gazeux qui leur est commun. Or, il en est autrement de la détonation de l'acétylène, car elle produit un mélange de deux éléments dont l'état physique est dissemblable : l'un gazeux, l'hydrogène, qui obéit aux lois thermodynamiques des fluides élastiques; l'autre solide, le carbone, presque incompressible et fonctionnant à peu près à la façon d'un gaz supposé réduit à son covolume : par conséquent le carbone est incapable d'emmagasiner la force vive, comme le ferait un gaz dans son état de fluide élastique.

» Ce n'est pas tout : un semblable système, de constitution essentiellement hétérogène, ne saurait conserver son homogénéité; les communications de chaleur et de force vive s'y font suivant de tout autres lois que dans un système entièrement gazeux.

» En raison de ces circonstances, l'onde explosive de l'acétylène ne saurait présenter exactement les mêmes caractères que celle d'un mélange d'hydrogène et d'oxygène, ou de tout autre mélange gazeux combustible. On trouve à cet égard une indication remarquable dans le caractère éminemment brisant de l'explosion de l'acétylène, aucun tube de verre n'y ayant résisté au delà d'un mètre et le plus ordinairement d'un demi-mètre de longueur, lors de nos expériences. Au delà ils ont été constamment pulvérisés; tandis que nous avons pu faire détoner les mélanges d'oxygène et d'acétylène, pris à diverses pressions, sous les mêmes longueurs, les tubes de verre ayant d'ordinaire résisté. Il en était de même pour le mélange tonnant d'hydrogène et d'oxygène sous une longueur de 43^m, dans les expériences de MM. Berthelot et Vieille.

» Cette différence s'explique si l'on remarque que les combustions d'hydrogène et de gaz hydro-carbonés, mêlés d'oxygène, produisent de l'eau et de l'acide carbonique, en partie dissociés au moment et à la température de l'explosion, et complétant progressivement leur combinaison et les phénomènes thermodynamiques dont elle est accompagnée,

pendant les premiers instants du refroidissement, ce qui tempère la violence du choc initial; tandis que la détonation de l'acétylène le résout brusquement et du premier coup en carbone et hydrogène libres.

- » En définitive, on voit, par ces développements, que la propagation de l'explosion dans un gaz composé endothermique, tel que l'acétylène, réduit par là en ses éléments, peut avoir lieu avec une vitesse de 1000^m à 1600^m par seconde, en vertu des mêmes transformations thermodynamiques et chimiques qui provoquent la production de l'onde explosive : elle présente des caractères du plus haut intérêt pour les théories générales de la Mécanique chimique. »
- M. Henri Moissan est heureux de transmettre à l'Académie une dépêche qu'il vient de recevoir de M. Dewar, de Londres. Cette dépêche est ainsi conçue:
- « L'hydrogène se solidifie en écume blanche ou en une masse semblable à un verre transparent. L'hydrogène solide fond à environ 16° au-dessus du zéro absolu. L'hélium pur change d'état lorsqu'il est refroidi au moyen de l'hydrogène solide et sous une pression de 8 atmosphères. Des graines refroidies dans de l'hydrogène liquide conservent toutes la propriété de germer. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. A. BAUDOUIN adresse, pour le concours du prix Leconte, un Mémoire intitulé: « L'éther, sa nature, ses vibrations différentes; chaleur, lumière, électricité ».

(Renvoi à la Commission du prix Leconte.)

CORRESPONDANCE.

- ASTRONOMIE. Découverte d'une nouvelle planète à l'Observatoire de Paris.

 Lettre de M. Jean Mascart à M. le Secrétaire perpétuel.
- « J'ai l'honneur de vous informer que j'ai pu, dans la nuit du 26 au 27 août, observer une nouvelle planète EP à l'Observatoire de Paris, équatorial de la tour de l'Ouest.

» J'ai pu faire quatre observations complètes de cette planète, de grandeur 11-11,5; n'ayant pas eu le temps d'achever les calculs de réduction de toutes ces observations, résultats que je publierai ultérieurement, je me permets de vous adresser les positions de cet astéroïde dans les deux observations extrêmes.

```
Le 26 août à 10<sup>h</sup> 33<sup>m</sup>3<sup>s</sup> { Ascension droite apparente.... 21<sup>h</sup>29<sup>m</sup>18<sup>s</sup>,55 temps moyen de Paris. { Distance polaire apparente.... 96°4′44″,5 Le 26 août à 14<sup>h</sup>24<sup>m</sup>8<sup>s</sup> { Ascension droite apparente.... 21<sup>h</sup>29<sup>m</sup>10<sup>s</sup>,81 temps moyen de Paris. { Distance polaire apparente.... 96°5′35″,4
```

ASTRONOMIE. — Les Perséides en 1899. Note de M. C. Flammarion, présentée par M. Bouquet de la Grye.

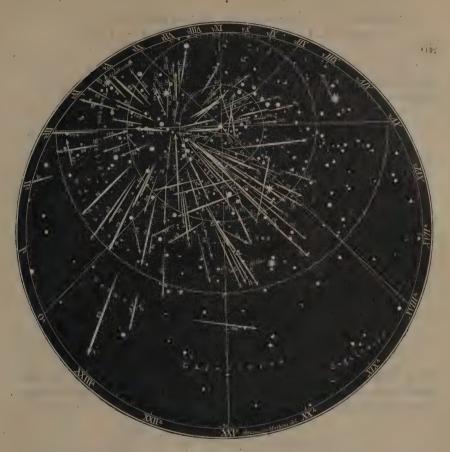
- « L'observation des Perséides a été faite cette année, à l'observatoire de Juvisy, par MM. E. Antoniadi et G. Mathieu, qui, du 10 au 13 août, ont enregistré 339 météores. J'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie les observations du 10 août.
- » Le Tableau suivant, qu'accompagne la figure ci-jointe, donne la liste de toutes les étoiles filantes dont les trajectoires ont pu être déterminées cette nuit-là.

	Houre,		Li d'appai		Lie de dispa				Heure,		Lieu d'apparition,		. Lieu de disparition.		
Nos.	de Paris.	Gr.	α.	ô.	α.	6.	Obs.	Nos.	de l'aris.	Gr.	C.	.8.	a.	δ.	Obs.
1	h m s	4	ь ш 22.58	+40	h m	+23°	M.	19	h m s	4	h n 21.54	+23	h u	+4	A
2	9.13	4	23.16	+42	22.36	+25	M	20	10.10.30	3 4	22.43	+13	22.25	- 5	A
3	9.25	I 1	1.30	+6 6	19.12	+29	AM	21	10.15	4 1/3	1.54	+66	0.49	+78	A
4	9.34	3 1	23.20	+58	20.34	+ 36	M	22	10.19	2	0.10	+63	20.11	+42	A
- 5	9.36 ±	3 1	3:30	4-72	9.43	-+-63	M	23	10.19	3 🖫	0.50	+-69	18.40	- <u>⊬</u> 60	A
6	9.40	2 1	19.52	+44	22.49	+28	A	24	10.23.30	5 1	20.23	+-52	21. 6	+48	AM
7	9.41	3 1/2	22. 0	+69	19.23	+5ı	M	25	10.25	4 1/2	19.30	+45	r8.38	+10	A
8	9.44	3 1	3. o	+58	5.58	+84	A	26	10.30	5 1/3	19. 0	+44	19.53	+-47	A
9	9.46	2	21.45	+37	20.14	+ 2	AM	27	10.32	$2\frac{1}{3}$	22.40	+49	00	+3 r	AM
10	9.49 .	I 1/2	20.20	+-73	15.40	+35	A	28	10.37.15	2	0.36	+58	21.51	+42	AM
f1	9.50	2 1/2	20.29	+39	20.11	+17	M	29	10.41	3 1	0.57	+26	0.25	+ 8	A
12	9.51	1 1	0.30	+22	23.55	+ 1	A	30	10.43	2 1 2	19. 0	+8r	10.40	+-65	A
13	9.54	4	20.53	+17	20.28	+ 3	AM	31	10.43.15	4	8.42	+-79	12.17	+63	A.
14	9.55	5	21.58	+32	21.22	+14	A	32	10.46.15	4	21.32	8	20.28	-11	A
15	9.59	3 1	21.51	+28	22.40	+-15	AM	33	10.49	2	19.50	+25	17.21	+51	AM
1 6	10. 2	2 1/2	21.24	+65	18.48	- 31	AM	34	10.50	?	20.17	+42	19.40	+27	M
17	10.6	3	19.18	+26	18.53	+ 5	A	35	10.51	3 1	0. 0	+-55	2, 0	+61	A
18	10, 9	2 1	21.20	+26	20.43	+ 2	A	36,	10.51	?	9. 0	+80"	11.50	+62	M

	Heure, temps moyen	d'app	ieu 'i	Lid de dispa	arition.			Heure, temps moyen		d'appa	_	Li de dispe	rition.	
Nos.	de Paris.	Gr. · α.	,. ô.	oc.	8	Obs.	Nos.	de Paris.	Gr.	œ.	δ.	, α.	- δ.	Obs.
37	h m. s	4 ± 2.26	n e +53	h n	+46	, A	84,	h m s	9	18.26		18. 6	n o	M
38	10.54	3 1 20. 4	+34	20. 8	+48	AM	85	13.18.30	3 .	2. 4		2.45	+ 4	·A
39	IT. I.	2 1 1.38	+64 .	21.10	+55	A	86	13.19.45	ż	1.37	+28	0.55	+ 1	Ā
40	11. 3.15	r ·2.35	+-63	0.0	88	, A.	87	13.24	3	21.58	- 5	22. 0	-12	M
41	II. 7 😘	2 1.10	+39	0.12	+26	A	88	13.24:45	I 1	4:20	+35	4.52	18·	· A
42	11.13	? 9:20	+:73.	13.30	+56	. M	89	13.27	. 9: 11	a3.54	1-+54	14.17	+42	M
43	XX.14	2 r, 3	+28	0.24	→ 2	AM	90	13,30.30	2.	4.40	,-1-7ì	9.18	64	A
44	11-16	2 1 22.52	+32	2 20	-+57	AM	91	13.34	3	7.20	+6i	8.48	⊹ 50	A
45	11.16.30	$3\frac{1}{2}$ 23.40	+.72	18.30	+-54	AM	92	13.37:	2 3	aa. 5.		17.44	+77	A
46	11.21	$2\frac{1}{3}$ 20.42 5 21.34	+65	18.23	+29	AM ,	93	13.38	? .	10.20	+62	11. 0	+49	M
48	11.26.30	5 21.34 3 23.38	+33 +52	20.52	+19	A	94 95	13.40	?	4. 8	+26	4.39	+14	M
49		24. 19.43	+53	23.10	+37 +36	AM AM	96	13.40	2 3/4	3.14	-1-75	13.52	+56	A.
50	11.38	7 3.40	+52	5.17	+48	M	97	13.43.30	2 4	3.46	+37:	3,21	+24 +12	:A AM
51		3 1 19.18	+43	18.46	+23	'. A	98	13.44.30	2 2	2.36	+16	2.32	et o	AM
52		3 20.44	+36	20.50	+47.	A.	99	13.45.30	?	3.58	+18	4.16	+ 9	M
53		2 21.57	+39.	20.23	+ 4	. · A.	.100		41/2	12.42	+62	. 13.17	+52	A
54	11.46.30	4 21. 6	+26	20.15	+18	AM	101	13.48.45	W & 1	4.20	+69	8.32	+72	AM.
55	13.49 , 1	3 (.22. 6	+75	18.34	, 448 .	AM	. 102	13.51 '	5.	, 6.2.1	⊹ -68	, 8.21;	. ₋ ⊢63	A
56		$2\frac{4}{2}$ 1.0	+65	21. 8 .	+59,	AM	103	13.5x	?	4.32	+13	4.42	+4	M
57		3 0.26	+43	23. 2	+22	A.	104	r3.53	2	5. 0	+55	6.27	+43	A
58,		3 1 2.11	+40	2. 6	+26	A	105		? : _ : :	2.26	++3o		+18	M
59 60		3 0.34	+33	23.52	#21 ,	AM	106	13.57	4 111	, 3.35	+56	5.7	+50	A
61		1 0.38 3 22.51	+68	20.48	+52	AM	107	14. 2.30	3	4.20	+ 8	4.28	3	A
62		3 22.5r 4 1.10	+68 +3 ₇	20. 5	+51	A.	108	14. 4 : 1 14. 4	4 1/2 ?	1.21	+82	18.0	+82	A
63		5 3.15	+37 +84	0.44	+26 +73	A A	110	14. 4 14. 5.30	4 1	5.35 4.34	+49	6.37	·+-38	M
64		? .21.12	+75	18. 2	+55	M	111	14. 6.30		· 6. 8	+51	5. 9 7.28	+37 + 33	A AM
65		5 4 1.50	+66		+71	A	112	14. 8	?.	4,27	+38	4.47	+28	M
66	12.15.42		+65	21. 0 ~		AM	113	14. 8.30	31 -	i4:45	+64	14.45	+5r	A
67	12.16. ?	41 11	<i>ì</i> , :	·	, , ,,,	Ä	114	14. 9	?:	2.49	+17	2.52	+30	M
6 8	12.16	5 "	" ;	8 // 1	11	A	115	14.10	4	18.40	-+-5g	17.49	44	A
69		? 3.50	+52	5.10	+38	·M	116	14.12.30	4	17.30	+42	17.12	+22	A
70		5 2.20	+32		+3o	A	117	14.14	$\frac{1}{3}$	2.56	+16	2.58	4	AM
71		4 1 23. 0	+50		+42.	A	118	14.14.15.	3	22.50	- 7	22.41	14	A
72		2 1.30	+63		+-65	AM	119	14.16	5	2.40	66	2.40	+74	A
73 74		4 \ 22.45	-1-24		+14	A	120	14.17	?	2,30	+58	2,10	+63	M
75		$1\frac{1}{3}$ 0. 0 $3\frac{1}{2}$ 23.16	+30 +43		+ 4	AM	121	14.19	3	5.40	+51	6.53	+39	A
76		2 1 1 0	+37	22.12 Q.10	+18 -18	. AM AM	122	14.20	4 .	13.40	+-80	14. 2	+68	A-
77		4 8.50	+62		82	AM	124	14.22	4 ½ . 3 ½	6.17	+42 +67	6,30	+31	A.
78		2 1/2 20.10	+48		+22	AM	125	14.25.	3 1	3.33	+67. +43.	3.54	+-59 +-26	A
79	13.11	2 1 18.17	+41		+24	A	126	14.26	3.1	4.53	+37.	5. 9	+24	À
80	13.12	7 -0:0	+14		+7	M	127		4 1/2	5.19	+48		+43	A
81		23.14	-+ x4		+ 8	M	128,		41.	7. 3	+67		+60	A
82		3 3.42	+34	, ,	- -23	AM	129		4 1/2	18.27	+76		+88	A
83	13.16	2 \{ 23.27	3	23.10	23	A	130	14.43,	0 3 .	2.54	+53	2.58	+36	A

[»] Le nº 66 est un bolide, d'un éclat bien supérieur à Vénus, et qui a éclaté dans

Céphée. Son mouvement était assez rapide, et il venait de Persée. Il était d'un blanc bleuâtre, laissant derrière lui une traînée qui a duré 30°.



» La moyenne horaire du nombre d'étoiles filantes a été, le 10 août, de 18,9, avec un maximum de 25, de 13^h 15^m à 14^h 15^m. Il y a eu 110 Perséides et 20 météores provenant d'autres radiants, les nos 6, 15, 24, 26, 27, 30, 32, 33, 35, 38, 44, 49, 52, 54, 70, 73, 77, 85, 92, 114 et 129.

» Je présenterai prochainement les observations des 11, 12 et 13. »

ACOUSTIQUE. — Sur les battements des sons donnés par les cordes. Note de M. C. MALTÉZOS, présentée par M. A. Cornu.

« On sait que les cordes exécutent des vibrations transversales donnant des battements. Si l'on considère une corde très mince et sans rigidité, l'équation différentielle des vibrations transversales est

$$T\frac{d^2x}{dz^2} = \rho \sigma \frac{d^2x}{dt^2},$$

en désignant par ρ la densité, T la tension de la corde, σ sa section; d'où l'on tire, pour le nombre des vibrations par seconde,

$$N = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho \tau}},$$

L étant la longueur de la corde. Cette équation n'explique pas les battements.

» J'ai voulu voir si, en faisant entrer dans le calcul la rigidité de la corde, on aurait l'explication de ce phénomène. Alors, en prenant pour axes des x et des y les deux axes principaux d'inertie de la section, l'équation différentielle devient

(2)
$$T\frac{d^2x}{dz^2} - EI_4\sigma\frac{d^4x}{dz^4} \stackrel{\cdot}{=} \rho\sigma\frac{d^2x}{dt^2},$$

où I, désigne le moment d'inertie de la section droite de la corde par rapport à l'axe des x, et E le coefficient d'élasticité. On en tire, pour le nombre des vibrations par seconde,

$$N_{\tau} = \frac{\tau}{2\,L} \sqrt{\frac{T}{\rho\sigma} + \frac{\pi^2\,E I_{\tau}}{\rho\,L^2}} = N \sqrt{1 + \frac{\pi^2\,E I_{\tau}\sigma}{T\,L^2}}; \label{eq:Ntau}$$

comme le second terme du binome sous le radical est très petit par rapport à l'unité, on peut prendre

$$N_4 = N \left(1 + \frac{\pi^2 E I_1 \sigma}{2 T L^2} \right) \cdot$$

Supposons maintenant que la section de la corde n'est pas un cercle ou un carré, ce qui est tout naturel à cause des déformations; alors le moment d'inertie par rapport à l'axe des y est I_2 , différent de I_4 , et l'on aurait, dans le plan des yz,

 $\mathbf{N_2} = \mathbf{N} \Big(\mathbf{I} + \frac{\pi^2 \mathbf{E} \mathbf{I}_2 \sigma}{2 \mathbf{T} \mathbf{L}^2} \Big),$

d'où

$$N_2 - N_4 = \frac{\pi^2 E(I_2 - I_1)}{4L^3} \sqrt{\frac{\sigma}{T\rho}}$$

Donc, le nombre des battements est : 1° proportionnel à la racine carrée de la section; 2° inversement proportionnel au cube de la longueur de la corde; 3° inversement proportionnel à la racine carrée de la tension; enfin, il dépend de la nature et de l'élasticité de la corde.

» En faisant l'expérience, j'ai vérifié la troisième loi, mais la loi des longueurs est d'autre nature, comme on peut en juger par les nombres suivants :

» Ce Tableau nous montre que le nombre des battements par seconde n'est pas inversement proportionnel au cube de la longueur de la corde, mais qu'il est *presque* (¹) inverse à la longueur.

» Nous en concluons qu'on ne peut pas, par la rigidité seule, expliquer le phénomène des battements des sons des cordes. Il ne reste donc qu'à chercher la cause principale de ce phénomène dans l'élasticité différente suivant deux directions perpendiculaires de la section droite de la corde. J'espère que j'aurai l'occasion de revenir une autre fois sur le mode d'action de cette cause. »

La séance est levée à 3 heures et demie.

Г. В.

(1) Pour ces expériences, la loi empirique est donnée par la formule

$$N_2\!-\!N_1\!=\!\frac{1}{AL+BL^2\!+\!CL^3}$$

avec A = 0,00195, B = -0,000002573, C = 0,00000000182.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 21 aout 1899. (Suite.)

Société industrielle de Mulhouse. Programme des prix proposés en assemblée générale le 31 mai 1899, à décerner en 1900. Mulhouse, impr. V'e Bader et Cie, 1899; 1 fasc. in-8°.

Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse. Bul. de mai-juin, juillet 1899. Mulhouse-Paris, 1899; 1 vol. in-8°.

Direccion general de estadistica, a cargo del D^r Antonio Penafiel. Censo general de la Republica Mexicana verificado el 20 octubre de 1895. Censo del estado de Oaxaca. Censo del estado Michoacan. Censo del estado de Mexico. Mexico, 1899; 3 fasc. in-4°. (Hommage de M. Antonio Penafiel.)

Informaciones y memorias de la Sociedad de Ingenieros del Peru. Vol. I, nºr 1 y 2. Lima, 1899; 1 fasc. in-12.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 28 AOUT 1899.

Dictionnaire de l'ancienne langue française et de tous ses dialectes, du 1xe au xve siècle, par Frédéric Godefrox. Fasc. 94 (orfraie-perméable). Paris, Émile Bouillon, 1899; 1 fasc. in-4°.

Vie physique de notre planète devant les lumières de la Science contemporaine, par A. Klossovsky. Odessa, 1899; I fasc. in-8°.

Temperature di Catania e dell' Etna ottenute col metodo delle differenze. Nota di F. Eredia. Catania, 1899; 1 opuscule in-8°.

Principali fenomeni eruttivi avvenuti in Sicilia e nelle isole adiacenti, nel semestre luglio-dicembre 1898. Nota di S. ARCIDIACONO. In Modena, 1899; 1 fasc. in-8°.

Riassunto della sismografia del terremoto Calabro-Siculo del 16 novembre 1894. Note del socio Annibale Ricco. Roma, 1899; i fasc. in-8°.

Calcolo preliminare della differenza di longitudine tra Catania e Palermo e determinazione delle anomalie di gravita in Catania. Nota di A. Ricco, T. Zona e G. Saija. Catania, tip. Galatola, 1899; i fasc. in-4°.

Sulla frequenza e distribuzione in latitudine delle macchie solari, osservate

al R. Osservatorio astrofisico di Catania nel 1898. Nota di A. MASCARI; I fasc. in-4°.

Sulle protuberanze solari osservate al R. Osservatorio di Catania nel 1898. Nota di A. Mascari. Catania, 1899; 1 fasc. in-4°.

Roscoe-Schorlemmer's ausführliches Lehrbuch der Chimie, von Jul.-Wilh. Brühl. VII Bd. Die Kohlenwasserstoffe und ihre Derivate oder organische Chimie. V. Theil, bearbeitet in gemeinschaft mit Edvard Hjelt und Ossian Aschan. Braunschweig, Friedrich Vieweg und Sohn, 1899; 1 vol. in-8°. (Hommage des Auteurs.)

Sitzungsberichte der königlich-preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. XXIII-XXXVIII, Mai-Juli, 1899. Berlin, 1899; 10 fasc. in-8°.

Philosophical transactions of the Royal Society of London. Vol. 187 (A) (B), 1896; Vol. 188 (A), 1896; Vol. 188 (B), 1897; Vol. 189 (A) (B), 1897; Vol. 190 (A), 1897; Vol. 190 (B), 1898; Vol. 191 (A), 1898. London; 9 vol. in-4°.

United States geological Survey. CHARLES-D. WALGOTT, director: Eighteenth annual report 1896-97; Part I, III, IV. Nineteenth annual report 1897-98; Part I, IV, VI and VI continued. 6 vol. in-4°.

The quarterly journal of the geological Society. Vol. LV, part III, n° 219. London, Longmans, Green and C°, 1899; 1 vol. in-8°.

Comptes rendus des travaux spéciaux de l'Institut vétérinaire à Kharkoff, 1896-1898. Tome V. Kharkoff, 1898; 1 vol. in-8°.

Anales de la Sociedad científica argentina. Julio 1899, entrega I, tomo XLVIII. Buenos Aires, 1899; 1 fasc. in-8°.

Linguo internacia, gazeto por la linguo esperanto. Nº 1. Upsala, 1899; 1 fasc. in-8°.

and fine the state of the declaration of the constitution of the state the status where converting an Audientonia, of this edge to the boy and the